BÀI TẬP MẪU "NHỊ THỨC NEWTON" TUẦN 10

BT1: Cho khai triển $(2x+1)^{10}$.

a) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển trên.

Hướng dẫn giải

Ta có $(2x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k.(2x)^k = \sum_{k=0}^{10} 2^k C_{10}^k.x^k$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $k=5$.

Hệ số cần tìm là $C_{10}^5.2^5 = 8064$.

b) Tìm hệ số của số hạng không chứa *x* trong khai triển trên.

Hướng dẫn giải

Số hạng không chứa *x* ứng với $k=0$.

Hệ số cần tìm là $C_{10}^0.2^0 = 1$.

BT2: Hệ số của x^7 trong khai triển $(3-2x)^{15}$ là

A. $C_{15}^7.3^8.2^7$. **B.** $-C_{15}^7.3^7.2^8$. **C.** $-C_{15}^7.3^8.2^7$. **D.** $C_{15}^7.3^7.2^8$.

Hướng dẫn giải:

Công thức số hạng tổng quát của khai triển nhị thức Niu-tơn $(3-2x)^{15}$ là

$$T_{k+1} = C_{15}^k.3^{15-k}.(-2x)^k = (-1)^k C_{15}^k 3^{15-k} 2^k x^k$$

Để số hạng chứa x^7 thì $k=7$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 là $-C_{15}^7 3^8 2^7$.

BT3: Hệ số của x^5 trong triển khai thành đa thức $(2x-3)^8$ là

A. $C_8^5.2^5.3^3$. **B.** $-C_8^3.2^5.3^3$. **C.** $-C_8^3.2^3.3^5$. **D.** $C_8^5.2^2.3^6$.

Hướng dẫn giải:

Ta có khai triển $(2x-3)^8 = \sum_{k=0}^{8} C_8^k.2^{8-k}.x^{8-k}.(-3)^k$

Số hạng chứa x^5 ứng với $8-k=5 \Leftrightarrow k=3$.

Hệ số cần tìm là $C_8^3.2^{8-3}.(-3)^3 = -C_8^3.2^5.3^3$.

BT4: Trong khai triển biểu thức $(x-y)^{20}$, hệ số của số hạng chứa $x^{12}y^{8}$ là

A. 77520. **B.** -125970. **C.** 125970. **D.** -77520.

Hướng dẫn giải:

Ta có khai triển $(x-y)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^{k}x^{20-k}y^{k}.(-1)^{k}$.

Ứng với số hạng chứa $x^{12}y^{8}$ thì $\begin{cases}20-k=12\\ k=8\end{cases}\Leftrightarrow k=8$.

Vậy hệ số của số hạng chứa $x^{12}y^{8}$ là $(-1)^{8}.C_{20}^{8}=125970$.

BT5. Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{21}$ $(x\neq 0)$

Hướng dẫn giải

Ta có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}b^k=C_{21}^k x^{21-k}.\left(-\frac{2}{x^2}\right)^k=(-2)^k C_{21}^k x^{21-3k}$.

Số hạng không chứa *x* ứng với $21-3k=0\Leftrightarrow k=7$.

Vậy hệ số cần tìm là $-2^7C_{21}^7$.

BT6: Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x-\frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm *n*.

A. $n=32$. **B.** $n=30$. **C.** $n=31$. **D.** $n=33$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng công thức nhị thức Niu-tơn, ta có $\left(x-\frac{1}{4}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{n-k}\left(-\frac{1}{4}\right)^k$.

Hệ số của x^{n-2} nên ta có $x^{n-2}=x^{n-k}\Leftrightarrow k=2$.

Ta có $C_n^2\left(-\frac{1}{4}\right)^2=31\Leftrightarrow C_n^2=492\Leftrightarrow n=32$.

Vậy $n=32$.

BT7: Số hạng không chứa *x* trong khai triển $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2-C_n^2=105$ là

A. -3003. **B.** -5005. **C.** 5005. **D.** 3003.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $A_n^2 - C_n^2 = 105 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!} - \dfrac{n!}{2!(n-2)!} = 105$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}n(n-1) = 105 \Leftrightarrow n^2 - n - 210 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 15 \\ n = -14 \end{array}\right. \Rightarrow n = 15$.

Suy ra số hạng tổng quát trong khai triển là $T_{k+1} = C_{15}^k.\left(x^2\right)^{15-k}.\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k = C_{15}^k.(-1)^k.x^{30-3k}$.

Số hạng không chứa *x* ứng với $30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa *x* trong khai triển là $C_{15}^{10}.(-1)^{10} = 3003$.

BT8: Đặt $S = C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + ... + C_{2017}^{2017}$. Khi đó giá trị *S* là

A. 2^{2018}. **B.** 2^{2017}. **C.** $2^{2017} - 1$. **D.** 2^{2016}.

Hướng dẫn giải:

Ta có khai triển $(1+x)^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 x + C_{2017}^2 x^2 + ... + C_{2017}^k x^k + ... + C_{2017}^{2017} x^{2017}$.

Thay $x = 1$ ta được $2^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + ... + C_{2017}^k + ... + C_{2017}^{2017}$.

Suy ra $2^{2017} = 1 + S \Rightarrow S = 2^{2017} - 1$.

Ghi chú: Trong trắc nghiệm ta khai triển $(1+1)^{2017}$ thì được

$2^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + ... + C_{2017}^k + ... + C_{2017}^{2017}$. Suy ra $S = 2^{2017} - 1$.

BT9: Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển đa thức $P(x) = (x+1)^{10}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $(x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k.x^k$.

Ta có hệ số của số hạng tổng quát sau khi khai triển nhị thức $(x+1)^{10}$ là $a_k = C_{10}^k$.

Suy ra $a_{k-1} = C_{10}^{k-1}, k = 1;2;3;...;10.$

Giả sử a_k là hệ số lớn nhất trong các hệ số

$a_0, a_1, ..., a_{10}$. Khi đó ta có $\begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} C_{10}^{k} \geq C_{10}^{k+1} \\ C_{10}^{k-1} \leq C_{10}^{k} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{9}{2} \leq k \leq \dfrac{11}{2} \Rightarrow k = 5$.

Từ đây ta có hệ số lớn nhất trong khai triển

nhị thức là $a_5 = C_{10}^{5} = 252$.

BT10. Cho *x* là số thực dương. Khai triển Niu-tơn của biểu thức $\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^{12}$ ta có hệ số của một số hạng chứa x^m bằng 495. Tìm tất cả các giá trị *m*.

Hướng dẫn giải

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là

$C_{12}^{k}\left(x^2\right)^{12-k}.\left(\dfrac{1}{x}\right)^{k} = C_{12}^{k}.x^{24-2k}.x^{-k} = C_{12}^{k}.x^{24-3k}$.

Hệ số của số hạng x^m là 495 nên $C_{12}^{k} = 495 \Leftrightarrow \dfrac{12!}{k!(12-k)!} = 495 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 4 \\ k = 8. \end{array}\right.$

Khi đó $m = 24 - 3k$ sẽ có 2 giá trị là $m = 0$ và $m = 12$.

BT11. Tính tổng $S = C_{2020}^{0} + C_{2020}^{2} + C_{2020}^{4} + ... + C_{2020}^{2020}$.

Hướng dẫn giải

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + x.C_n^1 + x^2.C_n^2 + ... + x^n.C_n^n$ (*)

Thay $x = 1; n = 2020$ vào (*), ta được: $2^{2020} = C_{2020}^{0} + C_{2020}^{1} + C_{2020}^{2} + ... + C_{2020}^{2020}$ (1).

Thay $x = -1; n = 2020$ vào (*), ta được $0 = C_{2020}^{0} - C_{2020}^{1} + C_{2020}^{2} - ... + C_{2020}^{2020}$ (2).

Cộng theo vế (1) và (2) ta được: $2S = 2^{2020} \Rightarrow S = 2^{2019}$.